

# Исследовательская работа «Определение площади треугольника» в 4-м классе

Серия уроков была проведена в рамках программы по системе Л.В.Занкова (Учебник: И.И.Аргинская, Е.И.Ивановская Математика 4 класс. Издательство «Учебная литература», Самара 2006). Однако данная технология может быть с успехом использована в рамках других УМК или во внеурочной деятельности.

## Ожидаемые продукты:

**Правило:** «Площадь любого треугольника равна половине произведения длины его стороны и проведенной к ней высоты»

В ходе исследования полученные детьми знания организуются в **паспорт треугольника**, отражающий следующие признаки:

- измеряемые признаки (длина сторон, величина углов),
- вычисляемые признаки (периметр, площадь),
- вид (по соотношению сторон, по величине угла),
- место высот (внутри треугольника, за пределами треугольника, совпадают со стороной).

## Планируемые результаты:

Было (знания и умения, полученные в 1-3 классах)	Стало (знания и умения, приобретенные в 4 классе)
1. Определение треугольника как геометрической фигуры.	1. Построение высот треугольника.
2. Построение треугольника по стороне и двум углам.	2. Построение треугольника по трем сторонам; по двум сторонам и углу между ними.
3. Классификация треугольников по величине угла и по соотношению сторон.	3. Классификация треугольников по двум основаниям; установление причин отсутствия некоторых видов треугольников (равностороннего тупоугольного и равностороннего прямоугольного)
4. Вычисление периметра треугольника; разные формулы периметра для разных видов треугольников.	4. Вычисление площади треугольника различными способами; формула площади треугольника.

## Урок 1. Тема: «Классификация треугольников. Свойства треугольников»

Организация работы (У детей – рабочий лист)

Этапы	Организация работы, управление	Действия детей
Сбор копилки	Учитель определяет задачу сбора копилки – «собираем треугольники различного вида»	Дети вырезают из картона треугольники различного вида (с их классификацией по величине угла и по соотношению сторон знакомы)
Структурирование копилки по одному из оснований.	<p><b>Задача 1:</b> «Разложите копилку треугольников на группы в зависимости от величины угла. Запишите количество треугольников каждого вида в таблицу №1. При необходимости дополните копилку»</p> <p><b>Задача 2:</b> «Разложите копилку треугольников на группы в зависимости от соотношения между сторонами. Запишите количество треугольников каждого вида в таблицу №2. При необходимости дополните копилку»</p>	<p>Дети последовательно решают поставленные задачи, записывая результаты в рабочий лист исследования.</p> <p>Решения иллюстрируются в альбоме (на отдельные страницы наклеиваются треугольники разных видов. Группе дается название).</p>  <p>Страница альбома – наклеены прямоугольные треугольники (на других страницах – тупоугольные и остроугольные).</p>  <p>Измеряем стороны, клеиваем треугольники в альбом (равносторонние, равнобедренные, разносторонние).</p>

<p>Структурирование копилки двум основаниям одновременно.</p>	<p><b>Задача 3:</b> «Разложите копилку треугольников на группы по двум основаниям одновременно. Запишите количество треугольников каждого вида в таблицу №3. Сделайте вывод по результатам наблюдения»</p>	<p>Дети заполняют шаблон – таблицу примерами из копилки, определяют вид треугольника по двум основаниям (например, равнобедренные прямоугольные, равнобедренные тупоугольные, равнобедренные остроугольные)</p>
<p>Наблюдения, выводы</p>	<p>К задаче 3 каждая ячейка таблицы заполняется не только названием, но и примером треугольника.</p>	<p>Вывод – «В копилке не нашлось равносторонних тупоугольных и прямоугольных треугольников».</p>
<p>Постановка проблемы.</p>	<p>Выявить проблему с заполнением ячеек – у некоторых детей нет в копилке треугольников определенного вида. Возможен обмен «нужными» треугольниками между детьми. Учитель должен предупредить, что если берешь чужой треугольник, то необходимо сделать его измерения. Выясняется, что треугольников двух видов нет ни у кого, а если такой и находится, то он подвергается тщательным измерениям и все-таки отвергается.</p>	<p>Формулировка проблемы: «Почему некоторые ячейки не заполнены? Возможно ли дополнить копилку треугольниками такого вида?»</p>
<p>Разрешение проблемы.</p>	<p>Детям предлагается построить равносторонние тупоугольный и прямоугольный треугольники.</p> <p><b>Задача 4:</b> «Возьмите трубочку для коктейля. Разрежьте ее на три равные части. Постройте прямой угол с помощью двух из них. Приложите третью часть. Зафиксируйте результат</p>	<p>Вывод: «Если треугольник равносторонний, то он не может быть прямоугольным или тупоугольным»</p>

	<p>построения (треугольник получился – не получился) знаком «+» «-» в таблице. Сформулируйте вывод в виде правила «Если ..., то ...».</p> <p><b>Задача 5:</b> «Проведите исследование по плану задачи 4, заменив прямой угол тупым. Результат зафиксируйте в таблице»</p>	
--	---	--

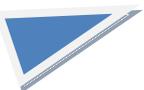
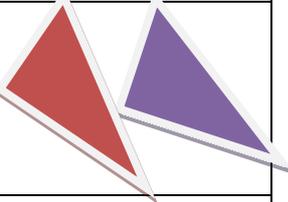
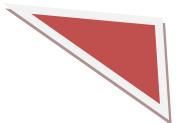
Таблица 1 (к задаче 1) – пример заполнения

Вид треугольника	остроугольные	Прямоугольные	тупоугольные
Количество в копилке	5	4	2

Таблица 2. (к задаче 2) – пример заполнения

Вид треугольника	равносторонние	Равнобедренные	разносторонние
Количество в копилке	3	5	3

Таблица 3 (к задаче 3) – пример заполнения

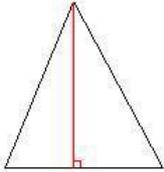
Вид треугольника по соотношению сторон → по величине угла ↓	равносторонние	равнобедренные	разносторонние
остроугольные			
прямоугольные			
тупоугольные			

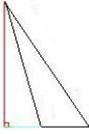
## Урок 2. Тема: «Высота треугольника»

Организация работы

Этапы	Организация работы, управление	Действия детей
Постановка проблемы	<p>Учитель знакомит детей с определением высоты треугольника: «Высота треугольника - это отрезок, который проведен из вершины треугольника к противоположной стороне под прямым углом».</p> <p><b>Задача 1:</b> Построить высоты треугольников из копилки. Определить возможное количество высот в треугольнике каждого вида, зафиксировать местоположение высот относительно треугольника.</p>	<p>Дети используют для работы структурированную копилку по величине угла, линейку, угольник с прямым углом.</p>
Построение, наблюдения, выводы	<p>Из определения следует, что высоту можно провести из любой вершины треугольника. Значит их должно быть три в любом треугольнике.</p>	<p>Дети строят высоты, заносят результаты наблюдений в таблицу.</p>
Получение правила	<p>Сформулируйте вывод в виде правила «Если ..., то ...».</p>	<p>Если треугольник остроугольный, то высоты располагаются внутри треугольника.</p> <p>Если треугольник прямоугольный, то одна высота находится внутри треугольника, а две других совпадают со сторонами, образующими прямой угол.</p> <p>Если треугольник тупоугольный, то одна высота находится внутри треугольника, а две других за его пределами.</p>

## Урок 3. Тема: «Площадь треугольника. Составление паспорта треугольника»

Этапы	Организация работы, управление	Действия детей
Постановка проблемы	<p>- Площадь каких фигур вы умеете вычислять? С помощью какой формулы? (прямоугольник <math>S=a \cdot b</math>, квадрат <math>S=a \cdot a</math>)</p> <p>Пользуясь собранной копилкой, определите вид треугольника, площадь которого можно вычислить на основе имеющихся знаний.</p>	Дети достаточно быстро определяют, что это прямоугольный треугольник.
Построение, наблюдения, выводы	<p>Каким способом это можно сделать?</p> <p>Необходимо зафиксировать наглядно способ – <b>достроить до ...</b></p>	Способ нахождения площади – достроить до прямоугольника и, вычислив его площадь, разделить ее на 2.
Получение правила	Учитель обращает внимание, что длина и ширина получившегося прямоугольника – это основание и высота в прямоугольном треугольнике.	<p>Вывод: <math>S=a \cdot b:2</math>, где <math>a</math> – основание, <math>b</math> – высота, т.е. <math>S=a \cdot h:2</math></p> 
Применение правила для нахождения площади остроугольного треугольника	<p><b>Задача 1.</b></p> <p>Определите площадь остроугольного треугольника. Для этого проведите одну из высот. Проведите необходимые измерения. Запишите формулу нахождения площади.</p> <p>Необходимо зафиксировать наглядно способ – <b>разбить на ...</b></p>	<p><math>S_1=m \cdot h:2</math></p> <p><math>S_2=n \cdot h:2</math></p> <p><math>S=S_1+S_2=m \cdot h:2+n \cdot h:2=(m+n) \cdot h:2</math>, где <math>m+n</math> – основание</p> <p>Вывод: площадь остроугольного треугольника находится по той же формуле.</p> 
Применение правила для нахождения площади тупоугольного треугольника	<p><b>Задача 2.</b></p> <p>Определите площадь тупоугольного треугольника. Для этого проведите</p>	<p><math>S_1=m \cdot h:2</math></p> <p><math>S_2=n \cdot h:2</math></p>

<p>тупоугольного треугольника</p>	<p>одну из высот.</p> <p>Выберите способ нахождения площади, в зависимости от места высоты по отношению к треугольнику (если высота в треугольнике, то удобен способ <b>разбить на ...</b>, а если высота за пределами треугольника, то удобен способ <b>достроить до...</b>)</p>	<p><math>S=S_1+S_2=m \cdot h:2-n \cdot h:2=(m-n) \cdot h:2</math>, где <math>m-n</math> – основание</p> 
<p>Формулировка вывода</p>		<p>Варианты выводов, полученные детьми:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Если треугольник остроугольный или тупоугольный, то его площадь можно найти, разбив его на прямоугольные треугольники и сложив их площади.</li> <li>2. Если треугольник тупоугольный, то его можно достроить до прямоугольного, проведя высоту вне его. Тогда площадь заданного треугольника можно найти вычитанием.</li> <li>3. Можно пользоваться одной формулой для любого треугольника: «Площадь равна половине произведения основания на высоту»</li> </ol>

**Модель ЭИЗ (основа для паспорта треугольника)**

Имена признаков		Варианты значений признаков
Что измеряем?	Длину сторон	
	Величину углов	
Что вычисляем?	P (периметр)	$a+b+c$
		$2a+b$
		$3a$
	S (площадь)	$a \cdot h : 2$
Вид	По величине угла	Остроугольный
		Тупоугольный
		Прямоугольный
	По соотношению сторон	Равнобедренный
		Равносторонний
		Разносторонний
Особенности дополнительных построений	Место высоты	Внутри треугольника
		За пределами треугольника
		Совпадает со стороной треугольника